

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

Σύστημα ονομάζεται κάθε διάταξη διακεκριμένων εξισώσεων οι οποίες συνήθως βρίσκονται στοιχισμένες κάθετα και ομαδοποιημένες με ένα άγκιστρο, όπως για παράδειγμα το 2X3

σύστημα: $\begin{cases} 3x^2 + x + z = y \\ 2x + z + y = 0 \end{cases}$, που αποτελείται από δύο εξισώσεις και τρεις αγνώστους.

Σύστημα $n \times k$ (νι επί κάππα) ονομάζεται το σύστημα που αποτελείται από n εξισώσεις και k αγνώστους.

Κάθε σύστημα αναζητά την κοινή λύση όλων των εξισώσεων που το αποτελούν, όταν αυτές υπάρχουν ή γεωμετρικά αναζητά το κοινό σημείο όλων των γραμμών (καμπύλων και μη) που αποτελούν το σύστημα.

Κάθε σύστημα μπορεί να έχει καμία (αδύνατο), μία (μοναδική λύση), περισσότερες ή άπειρες λύσεις.

Οι λύσεις του συστήματος επαληθεύουν όλες τις εξισώσεις που αποτελούν το σύστημα.

Λύση Συστήματος $n \times k$ ονομάζεται κάθε διάνυσμα με k συντεταγμένες, όσες δηλαδή και οι άγνωστοι, του οποίου οι συντεταγμένες επαληθεύουν όλες τις εξισώσεις του συστήματος.

Γραμμικό Σύστημα ονομάζεται το σύστημα που αποτελείται από εξισώσεις με αγνώστους, που είναι υψωμένοι στην 1^η δύναμη και δεν πολλαπλασιάζονται μεταξύ τους.

Κανονική μορφή γραμμικού συστήματος είναι εκείνη η μορφή του συστήματος όπου οι άγνωστοι είναι στοιχισμένοι στο πρώτο μέλος και ο σταθερός όρος στο δεύτερο μέλος των εξισώσεων. Π.χ. το σύστημα $(\Sigma): \begin{cases} 3x + 5y - z = 4 \\ 2x - 3y + 4z = 1 \end{cases}$

Το Γραμμικό Σύστημα 2X2:

Το γραμμικό σύστημα 2X2 είναι το σύστημα που αποτελείται από δύο εξισώσεις με δύο αγνώστους ή αλλιώς από δύο εξισώσεις ευθειών του επιπέδου.

Η κανονική μορφή ενός γραμμικού συστήματος 2X2 είναι: $(\Sigma): \begin{cases} \alpha x + \beta y = \gamma \\ \alpha' x + \beta' y = \gamma' \end{cases}$

Τα γραμμικά συστήματα επιλύονται με τις ακόλουθες μεθόδους:

1. Μέθοδος αντικατάστασης
2. Μέθοδος αντιθέτων συντελεστών
3. Μέθοδος Οριζουσών
4. Μέθοδος επαυξημένου πίνακα
5. Μέθοδος πινάκων

Από την κανονική μορφή του συστήματος μπορώ να επιλέξω την μέθοδο επίλυσης, που συμφέρει να λύσω το σύστημα.

Υπάρχει επίσης η γραφική επίλυση ή η επίλυση με παρατήρηση, οι οποίες όμως δεν μας δίνουν ακρίβεια περί των τιμών των λύσεων. π.χ. $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$.

Η εξίσωση $\alpha x + \beta y = \gamma$, που εμφανίζεται στη κανονική μορφή των συστημάτων 2×2 είναι εξίσωση ευθείας.

Υπενθύμιση $\varepsilon : y = \lambda x + \kappa$, ευθεία με συντελεστή διεύθυνσης (κλίση).

Η ευθεία: $2x - 3y = 0 \Leftrightarrow 2x = 3y \Leftrightarrow 3y = 2x \Leftrightarrow y = \frac{2}{3}x$

Είναι της μορφής $y = \lambda x$ μία περίπτωση αναλόγων ποσών.

Το $\lambda = \frac{2}{3} > 0$ είναι ο συντελεστής αναλογίας ή κλίση της ευθείας ε_1 , που είναι θετικός άρα η ευθεία ανεβαίνει.

Είναι δηλαδή γνησίως αύξουσα.

Η ευθεία: $2x + 3y = 12 \Leftrightarrow 3y = -2x + 12 \Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{12}{3} \Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x + 4$. Το $\lambda = -\frac{2}{3} < 0$ η ευθεία κατεβαίνει.

Είναι δηλαδή γνησίως φθίνουσα.

Ειδική περίπτωση ευθειών της μορφής $y = y_0$ με κλίση μηδέν:

Η ευθεία: $y = 3 \Leftrightarrow y = 0x + 3$.

Η κλίση $\lambda = 0$, η ευθεία είναι σταθερή και παράλληλη στον άξονα $x'x$

Ειδική περίπτωση ευθειών της μορφής $x = x_0$, που δεν ορίζεται η κλίση:

Η ευθεία: $x = 1$ δεν έχει κλίση (συντελεστή αναλογίας), είναι κάθετη στο άξονα $x'x$